Niveau : Deuxième Bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 1

Fonction logarithme népérien

Plan de chapitre 5 : Fonction logarithme népérien

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

CENTRE EL MOUMEN | **Prof : EL MOUMEN** | **Série 1 : Fonction logarithme népérien** | *2Bac-Biof*

Exercice 01

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes

1) $f(x) = \ln(2-x) + \ln(x+3)$; 2) $f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6)$

3) $f(x) = \frac{x\ln x}{1-\ln x}$; 4) $f(x) = \frac{x+3}{x\ln x}$; 5) $f(x) = \sqrt{2-\ln x}$

Exercice 02

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

(E_1): $\ln(x-1) = 0$; (E_2): $3 - \ln x = 0$

(E_3): $\ln(x^2+x+1) = 0$; (E_4): $(x+2)\ln(x-3) = 0$

(E_5): $\ln^2(x) + \ln(x) - 2 = 0$; (E_6): $\ln(x-3) + \ln(9-x) = 0$

Exercice 03

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

(I_1): $\ln(x) - 1 \geq 0$; (I_2): $\ln(3-x) - \ln(x+1) \leq 0$

(I_3): $\ln\left(1 - \frac{2}{x}\right) > 0$; (I_4): $\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 < 0$

Exercice 04

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

(S_1): $\begin{cases} 3\ln x + 7\ln y = 4 \\ 2\ln x + 5\ln y = 3 \end{cases}$; (S_2): $\begin{cases} \ln x . \ln y = -10 \\ \ln x + \ln y = 3 \end{cases}$

Exercice 05

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x\to+\infty} x - \ln x$; b) $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln^2(x)}{x}$; c) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x-1}$

d) $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x^2} + \ln x$; e) $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x\ln(\sqrt[3]{x})}$; f) $\lim_{x\to+\infty} \ln(x^2+1) - x$

j) $\lim_{x\to+\infty} x\ln(x + \frac{1}{x})$; h) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln^2(x)}{x}$; k) $\lim_{x\to 0^+} x(\ln x)^3$

Exercice 06

Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 1 - x + \ln x$

1) Etudier les branches infinies de (Cf)

2) Étudier la position relative de (Cf) et la droite : $y = -x$

3) Déterminer les variations de la fonction f

4) Étudier la convexité de la fonction f.

5) Tracer (D) et (Cf) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice 07

A) Soitg une fonction définit sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x - \ln(x)$

1) Déterminer $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2) Calculer $g'(x)$;puis dresser le tableau des variations de g

3) Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[;\quad g(x) > 0$

B) f une fonction définit sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$

1) Déterminer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ et Interpréter le résultat géométrique

2) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et étudier la branche infinie de (Cf) au voisinage de $+\infty$

Prof : El Moumen Abdelwahed

3)a) Montrer que $\forall x \in]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f

c) Déterminer l'équation de la tangente (T) au point $A(1 ; 1)$

4) Montrer que f admet une fct réciproque f^{-1}, définie sur J que l'on précisera

5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\left]\frac{1}{2}, 1\right[$; (On prend $f\left(\frac{1}{2}\right) = -0,2$)

6) Tracer (T) et (Cf) et (Cf^{-1}) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice 08

Soit la fonction f définie sur $]-2 ; 1[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{1-x}\right)$

1)a) Montrer que $D_f =]-2 ; 1[$

b) Calculer $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ et $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ puis interpréter les deux résultats géométriquement

2)a) Montrer que f est dérivable sur $]-2 ; 1[$

b) Déterminer le sens de variation de la fonction f

3) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-1, 0[$

4) Tracer la courbe représentative de f.