Niveau : Deuxième bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Résumé

SUITE NUMERIQUE

Plan de chapitre 4 : SUITE NUMERIQUE

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

CENTRE EL MOUMEN	Résumé de cour : SUITE NUMERIQUE	2bac BIOF	Prof : EL MOUMEN

0) Raisonnement par récurrence

Soit n_0 un entier fixé et n un entier naturel

Pour montrer la proposition $\forall n \geq n_0$: P(n)

On suit le principe de récurrence suivant :

- Pour n= n_0 on vérifie que P(n) est vraie ,
- Soit n un entier fixé tel que $n \geq n_0$

On suppose que $P(n)$ est vraie

Et on montre que $P(n+1)$ est vraie

- Alors $\forall n \geq n_0$: P(n) devient vraie

1) Suite croissante ; décroissante

$(U_n)_{n\in IN}$ une suite de premier terme U_0

- $U_{n+1} - U_n > 0 \Rightarrow (U_n)$ *est coissante*
- $U_{n+1} - U_n < 0 \Rightarrow (U_n)$ *est décoissante*
- $U_{n+1} - U_n = 0 \Rightarrow (U_n)$ *est constante*

Résultat

(U_n) *est coissante* alors $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_n \geq U_0$

(U_n) est décroissante alors $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_n \leq U_0$

2)Suite majorée ; minorée ; bornée

- $U_n > a \Rightarrow (U_n)$ *est minorée par a*
- $U_n < b \Rightarrow (U_n)$ *est majorée par b*
- $a < U_n < b \Rightarrow (U_n)$ *est bornée*

3)Suite convergente

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = L \in \mathbb{R}$ on dit que la suite (U_n) est convergente

- Toute suite croissante et majorée est convergente
- Toute suite décroissante et minorée est convergente

4)Suite géométrique - arithmétique

$(U_n)_{n\in IN}$ une suite de premier terme U_0 et p un entier tel que $0 \leq p \leq n$

(U_n) géométrique	(U_n) arithmétique
Définition : $U_{n+1} = q\,U_n$	**Définition :** $U_{n+1} - U_n = r$
U_n en fonction de n: $U_n = U_p \times q^{n-p}$ **Cas particulier :** $U_n = U_0 \times q^n$	U_n en fonction de n: $U_n = U_p + (n-p)r$ **Cas particulier :** $U_n = U_0 + nr$
Somme des termes $S_n = U_p + \cdots + U_n = U_p \dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$ Cas particulier : $S_n = U_0 + \cdots + U_n = U_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$	**Somme des termes** $S_n = U_p + \cdots + U_n = \dfrac{(n-p+1)(U_p+U_n)}{2}$ Cas particulier : $S_n = U_0 + \cdots + U_n = \dfrac{(n+1)(U_0+U_n)}{2}$
a ; b et c trois termes consécutifs $a \times c = b^2$	a ; b et c trois termes consécutifs $a + c = 2b$

5)Limites des suites usuelles

$\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$,

$\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty} n^p = +\infty$; $p \in \mathbb{N}^*$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$,

$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^p} = 0$; $p \in \mathbb{N}^*$

6) Limite de la suite géométrique (q^n)

- $-1 < q < 1 \Longrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$
- $q > 1 \Longrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$
- $q < -1 \Longrightarrow (q^n)$ n'admet pas de limite

7) Limite d'une suite et l'ordre

- $\begin{cases} V_n < U_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} V_n = +\infty \end{cases} \Longrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$
- $\begin{cases} U_n < V_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -\infty \end{cases} \Longrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n = -\infty$
- $\begin{cases} V_n < U_n < W_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} V_n = \lim\limits_{n\to+\infty} W_n = l \end{cases} \Longrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n = l$
- $\begin{cases} |U_n - l| < V_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} V_n = 0 \end{cases} \Longrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n = l$

8) La suite (V_n) définie par : $V_n = f(U_n)$

Si la fonction f est continue en l et

$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = l$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = f(l)$

9) La suite (U_n) liée à une fonction f , définie par : $U_{n+1} = f(U_n)$

f une fonction définie sur un intervalle I et (U_n) une suite définie par

$(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} = f(U_n)$ et $U_0 \in I$

Alors si :

- f est continue sur l'intervalle I
- $f(I) \subset I$
- La suie (U_n) est convergente

Alors la limite de la suite (U_n) est L la solution de l' équation $f(x) = x$