

Niveau : 3^{ème} Année
Collège

Résumé

FONCTIONS LINÉAIRES ET AFFINES

Plan de chapitre 14 : FONCTIONS LINÉAIRES ET AFFINES

- Cours détaillé
- **Résumé de cours**
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

3^{ème} AC
Prof El Moumen
المومن جا عندك
حتى الدار

Collection CAM – Compte Personnel

   Prof El Moumen  06 66 73 83 49  Abdelwahed El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

   Centre El Moumen <https://www.elmoumen.academy>

I. Fonction linéaire

1. Fonction linéaire

Définition

Toute situation de proportionnalité est une fonction linéaire qui à chaque nombre x associe un nombre ax on dit que a est le **coefficient de la fonction**.

On écrit : $f : x \mapsto ax$ ou $f(x) = ax$.

Exemples

On considère la fonction définie par : $f(x) = \frac{2}{3}x$

- f est une **fonction linéaire** de **coefficient** $\frac{2}{3}$.
- On a : $f(3) = \frac{2}{3} \times 3 = 2$. On dit que l'image de 3 est 2 par la fonction f .
- On a : $f(9) = \frac{2}{3} \times 9 = 6$. On dit que l'antécédent de 6 par f est 9.

2. Coefficient d'une fonction linéaire

Propriété

Si f une fonction linéaire et x un nombre non nul, alors le coefficient de la fonction f est : $a = \frac{f(x)}{x}$

Exemple

Soit f une fonction linéaire tel que $f(-5) = 20$. **Déterminer l'expression de f .**

Puisque f est une fonction linéaire alors son coefficient est : $a = \frac{f(-5)}{-5} = \frac{20}{-5} = -4$.

D'où : $f(x) = -4x$

3. Représentation graphique d'une fonction linéaire

Définition

Soit $(O; I; J)$ un repère orthonormé.

La représentation graphique d'une fonction linéaire f est une droite passant par O l'origine du repère et le point $M(x; y)$ où $y = f(x)$

II. Fonction affine

1. Fonction affine

Définition

Fonction affine est une fonction qui à un nombre x associe le nombre $ax + b$ où a et b deux nombres réels donnés.

On écrit : $f : x \mapsto ax + b$ ou $f(x) = ax + b$

- Le nombre a est appelé le coefficient de la fonction f
- Le nombre $ax + b$ est appelé l'image de x par la fonction f

Exemples

On considère la fonction définie par : $g(x) = -5x + 3$

- g est une **fonction affine** de coefficient -5 .
- On a : $g(-2) = -5 \times (-2) + 3 = 10 + 3 = 13$. On dit que l'image de -2 est 13 par g .
- On a : $f(7) = -5 \times 7 + 3 = -35 + 3 = -32$. On dit que l'antécédent de -32 par g est 7 .

2. Coefficient d'une fonction affine

Propriété

Si f une fonction affine et x_1 et x_2 deux nombres réels avec $x_1 \neq x_2$, alors le coefficient de la fonction f est : $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

Exemple

Soit f une fonction affine telle que : $f(1) = 3$ et $f(3) = 7$. Déterminer l'expression de f .
Puisque g est une fonction affine alors : $g(x) = ax + b$, et son coefficient est :

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{7 - 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Donc : $f(x) = 2x + b$, Or $f(1) = 3$, alors $2 \times 1 + b = 3$, alors $b = 3 - 2 = 1$

D'où : $f(x) = 2x + 1$

3. Représentation graphique d'une fonction affine

Définition

Soit $(O; I; J)$ un repère orthonormé.

La représentation graphique d'une fonction affine f est une droite passant par le point $A(x_1; f(x_1))$ et par le point $B(x_2; f(x_2))$.

Exemple

On considère la fonction affine f définie par $f(x) = 3x - 2$.

Trace dans un repère orthonormé la représentation graphique de f .

Réponse :

Soit la droite (Δ) la représentation graphique de la fonction f .

On a : $f(0) = 3 \times 0 - 2 = -2$, alors $A(0; -2) \in (\Delta)$

On a : $f(1) = 3 \times 1 - 2 = 1$, alors $B(1; 1) \in (\Delta)$

Alors la représentation graphique de f est la droite (Δ) qui passe par le point A et par le point B .

