Niveau : Deuxième Bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 1

CALCULE D'INTEGRALE

Plan de chapitre 10 : CALCULE D'INTEGRALE

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen | 06 66 73 83 49 | Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen | 06 66 73 83 49 | https://www.elmoumen.academy

Exercice 01

Calculer les intégrales suivantes :

$A = \int_1^e \frac{1}{x} dx$; $B = \int_0^1 e^{-x} dx$ Prof : El Moumen

$C = \int_0^1 \sqrt{x+1}\,dx$; $D = \int_{-3}^2 |x|\,dx$; $E = \int_{e^2}^{e^4} \frac{\ln(x)}{x} dx$

$F = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x)\,dx$; $G = \int_1^4 \frac{3}{x^2} dx$; $H = \int_2^5 3x^2 + 4x - 5\,dx$

$K = \int_{-1}^1 e^{-2x}\,dx$; $M = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x+3} dx$; $N = \int_{-\ln(2)}^{\ln(2)} |e^x - 1|\,dx$

$O = \int_2^e \frac{1}{x\ln(x)} dx$; $P = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan(x)\,dx$; $Q = \int_0^1 \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} dx$

Exercice 02

1) On pose :

$$K = \int_0^{\ln(2)} \frac{e^t - 1}{e^t + 1} dt \text{ et } L = \int_0^{\ln(2)} \frac{1}{e^t+1} dt$$

Calculer $K + L$ et $K + 2L$ puis en déduire les valeurs de K et L

2) On pose :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx \quad \text{et} \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$$

Calculer $I + J$ et $I - J$ puis en déduire les valeurs de I et J

Exercice 03

En utilisant la formule d'intégration par parties, Calculer les intégrales suivantes :

$A = \int_{\ln(2)}^{\ln(3)} xe^x dx$; $B = \int_{-\ln(2)}^0 xe^{-x} dx$; $C = \int_1^e x\ln(x) dx$

$D = \int_0^{\pi} x\cos(x)\,dx$; $E = \int_e^{e^2} \ln(x) dx$; $F = \int_0^1 x^2 e^x dx$

$G = \int_{-1}^e \ln(x+2) dx$; $H = \int_0^2 x\sqrt{3-x}\,dx$; $K = \int_1^e \sin(\ln(x))\,dx$

Exercice 04

Le plan est apporté à un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = 3$ cm et $\|\vec{j}\| = 2$ cm

1) Soit f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ et (Cf) sa courbe

a) Vérifier que : $\forall x \in]0, +\infty[: f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

b) Calculer A, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (ox) et les droites x=1 et x=2

2) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sin(x)$ et (Cg) sa courbe

Calculer l'aire du domaine délimité par (Cg) et les droites d'équations : $x = \frac{\pi}{2}$ et $x = -\frac{\pi}{2}$

Exercice 05

Le plan est apporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$; $\|\vec{i}\| = 1$ cm

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x})\ln(x)$

1) Montrer que (Cf) la courbe de f est en dessous de la droite (D); $y = x$ sur l'intervalle $[1, 2]$

2) Montrer que : $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x\,dx = (1 - \ln 2)^2$

3) Déduire l'aire du domaine plan délimité par (Cf), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$

Exercice 06

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

1) Montrer que (Cf) est en dessous de la droite (D); $y = x$ sur l'intervalle $[0, 1]$

2) Monter que la fonction $H: x \to (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ est une primitive de la fonction $h: x \to -x^2 e^{-x}$ sur $[0, 1]$

3) Déduire que : $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$ Prof : El Moumen

4) Par intégration par parties, montrer que $\int_0^1 xe^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$

5) Déduire l'aire du domaine délimité par (Cf), la droite (D) et les droites d'équations x=0 et x=1 (On donne ; $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ cm)