Niveau : Deuxième Bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Résumé

CALCULE D'INTEGRALE

Plan de chapitre 10 : CALCULE D'INTEGRALE

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

CENTRE EL MOUMEN | Résumé : CALCULE D'INTEGRALE | PROF : EL MOUMEN | 2BAC BIOF

1) Primitive d'une fonction ($r \in \mathbb{Q}/-1$)

- $\int 1 = x$; $\int k = kx$
- $\int \sqrt{x} = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$; $\int x^r = \frac{x^{r+1}}{r+1}$;
- $\int U'(x) \times U(x)^r = \frac{U(x)^{r+1}}{r+1}$
- $\int \frac{U'(x)}{U^2(x)} = -\frac{1}{U(x)}$; $\int \frac{U'(x)}{\sqrt{U(x)}} = 2\sqrt{U(x)}$
- $\int e^x = e^x$; $\int e^{ax} = \frac{1}{a}e^{ax}$
- $\int U'(x)e^{U(x)} = e^{U(x)}$; $\int e^{-x} = -e^{-x}$
- $\int \frac{1}{x} = \ln(|x|)$; $\int \frac{U'(x)}{U(x)} = \ln(|U(x)|)$
- $\int \sin x = -\cos x$; $\int \cos x = \sin x$
- $\int \cos(ax+b) = \frac{1}{a}\sin(ax+b)$
- $\int \sin(ax+b) = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)$

2) Définition d'intégrale d'une fonction

Soit F une primitive de f sur $[a\,;b]$

L'intégrale de la fonction f de a à b est le nombre réel noté par $\int_a^b f(x)\ dx$ tel que :

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Remarque :

- $\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^b f(t)\ dt = \int_a^b f(y)\ dy$
- $\int_a^b f(x)\ dx = -\int_b^a f(x)\ dx$
- $\int_a^a f(x)\ dx = 0$
- $\int_a^b k\ dx = [kx]_a^b = b - a$

3) Propriétés d'intégrale:

La linéarité de l'intégrale

$\int_a^b f(x) + g(x)\,dx = \int_a^b f(x)\ dx + \int_a^b g(x)\ dx$

$\int_a^b k\,f(x)\ dx = k\int_a^b f(x)\ dx$; avec $k \in \mathbb{R}$

Relation de CHELS

$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx$

L'intégrale et l'ordre :

Si $\forall x \in [a;b]; f(x) > 0$ alors $\int_a^b f(x)\,dx > 0$

Si $f(x) > g(x)$ alors $\int_a^b f(x)\,dx > \int_a^b g(x)\,dx$

$$\left|\int_a^b g(x)\,dx\right| \leq \int_a^b |g(x)|\,dx$$

4) Intégration par parties

Méthode ou bien disposition :

$u(x) = \cdots$ $\quad$ $u'(x) = \cdots$

(1)↓ $\quad$ (2)↘ $\quad$ - ↓(3)

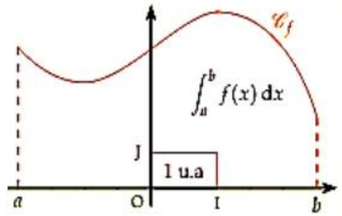
$v'(x) = \cdots$ $\quad$ $v(x) = \cdots$

$$\underbrace{\int_a^b u(x)\times v'(x)dx}_{(1)} = \underbrace{\left[u(x)\times v(x)\right]_a^b}_{(2)} - \underbrace{\int_a^b u'(x)\times v(x)dx}_{(3)}$$

Prof : El Moumen

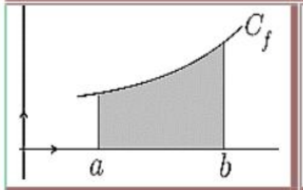
5) Aire d'un domaine plan

L'aire du domaine délimité par la courbe (C_f) et l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$



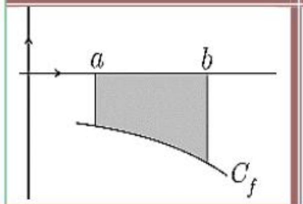
est : $A(f) = \left(\int_a^b |f(x)|\ dx\right) \times u.A$

Avec u.A est l'unité d'aire ($1u.A = \|\vec{i}\| \times \|\vec{i}\|$)



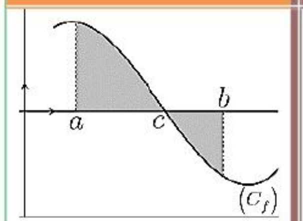
Si : $f > 0$ sur $[a\,;b]$ alors :

$$A(f) = \left(\int_a^b f(x)\ dx\right)u.A$$



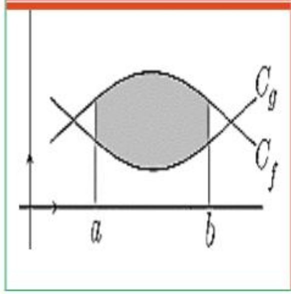
si : $f < 0$ sur $[a\,;b]$ alors :

$$A(f) = \left(\int_a^b -f(x)\ dx\right)u.A$$



Si $f > 0$ sur $[a\,;c]$ et $f < 0$ sur $[c\,;b]$ alors :

$$A = \int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b -f(x)\ dx$$



D le domaine délimité par (C_f) et (C_g) et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$

Alors l'aire de domaine D est :

$$A = \left(\int_a^b |f(x) - g(x)|\ dx\right)u.A$$