

Niveau : Deuxième bac
sciences PC /SVT /STE



Résumé de cours

Dérivabilité d'une fonction

Plan de chapitre 2 : Dérivabilité d'une fonction

- Cours détaillé
- **Résumé de cours**
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

   **Prof El Moumen**

 **06 66 73 83 49**

 **Prof El Moumen**

Collection CAM – Compte Professionnel

   **Centre El Moumen**

 **06 66 73 83 49**

<https://www.elmoumen.academy>

A) Dérivabilité d'une fonction au point d'abscisse a ($l \in \mathbb{R}$)

Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$ alors la fonction f est dérivable en a et $f'(a) = l$

Si $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$ alors la fonction f est dérivable à droite de a

Si $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$ alors la fonction f est dérivable à gauche de a

Propriété : Si $f'_d(a) = f'_g(a)$ alors la fonction f est dérivable en a

B) Interprétation géométrique :

1) Si f est dérivable en a alors la courbe (Cf) admet une droite tangente au point $A(a ; f(a))$ d'équation :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

2) Si f est dérivable à gauche de a alors (Cf) admet une demi-tangente au point $A(a ; f(a))$ d'équation :

$$y = f'_d(a)(x - a) + f(a) \quad \text{tel que } x > a$$

3) Si f est dérivable à droite de a alors (Cf) admet une demi-tangente au point $A(a ; f(a))$ d'équation :

$$y = f'_g(a)(x - a) + f(a) \quad \text{tel que } x < a$$

4) f non dérivable en a : (Cf) admet en A une Demi-tangente verticale

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = +\infty$ alors la courbe (Cf) de f admet au point $A(a ; f(a))$ une **demi-tangente verticale** dirigée vers le **haut**

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$ alors la courbe (Cf) de f admet au point $A(a ; f(a))$ une **demi-tangente verticale** dirigée vers le **bas**

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = +\infty$ alors la courbe (Cf) de f admet au point $A(a ; f(a))$ une **demi-tangente verticale** dirigée vers le **haut**

Propriété : (lien entre dérivabilité et la continuité)

Si la fonction f est dérivable sur l'intervalle I alors elle est continue sur I

C) Dérivabilité de fonction réciproque f^{-1} en point b avec $b = f(a)$

Si f est dérivable en a et $f'(a) \neq 0$

Alors f^{-1} est dérivable en b ; et on a: $(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)}$

u et v deux fonctions dérivable sur un intervalle I et k une constante

la fonction f	Condition	Dérivée f'
1) $f(x) = k$	$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
2) $f(x) = kx$	$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = k$
3) $f(x) = x^n$; ($n \in \mathbb{N}^*$)	$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = n x^{n-1}$
4) $f(x) = \frac{1}{x}$	sur $]0; +\infty[$ ou $]-\infty; 0[$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
5) $f(x) = \sqrt{x}$	$D_f = \mathbb{R}^+$ $D_{f'} =]0; +\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6) $f = u + v$	$D_f = D_{f'} = I$	$f' = u' + v'$
7) $f = k u$	$D_f = D_{f'} = I$	$f' = k u'$
8) $f = u \cdot v$	$D_f = D_{f'} = I$	$f' = u' \cdot v + u \cdot v'$
9) $f(x) = \frac{u}{v}$	$v \neq 0$	$\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
10) $f(x) = \frac{1}{v}$	$v \neq 0$	$f'(x) = \frac{-v'}{v^2}$
11) $f(x) = \sqrt{u}$	$u > 0$	$f' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
12) $f(x) = \sqrt[n]{u}$	$u > 0$	$f' = \frac{u'}{n(\sqrt[n]{u})^{n-1}}$
13) $f(x) = u^n$	$D_f = D_{f'} = I$	$f' = n u' u^{n-1}$
14) $f(x) = \sin(x)$	$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = \cos(x)$
15) $f(x) = \cos(x)$	$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$	$f'(x) = -\sin x$
16) $f(x) = \tan(x)$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$	$1 + \tan^2 x$
17) $f(x) = \sin(ax + b)$	$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$	$a \cos(ax + b)$
18) $f(x) = \cos(ax + b)$	$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$	$-a \sin(ax + b)$