

Niveau : 3ème Année
Collège

Résumé

Ordre et opérations

Plan de chapitre 5 : Ordre et opérations

- Cours détaillé
- **Résumé de cours**
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

3ème AC
Prof El Moumen
المومن جا عندك
حتى الدار

Collection CAM – Compte Personnel

   **Prof El Moumen**  06 66 73 83 49  **Abdelwahed El Moumen**

Collection CAM – Compte Professionnel

   **Centre El Moumen**

<https://www.elmoumen.academy>

ORDRE ET OPÉRATIONS

I. Comparaison de deux nombres réels

Règle

Soient a et b deux nombres réels.

- Si $a - b \geq 0$, alors $a \geq b$.
- Si $a - b \leq 0$, alors $a \leq b$.

Exemple

- 1 Comparons : $\sqrt{3} - 4$ et $\sqrt{3} - 5$

On a : $(\sqrt{3} - 4) - (\sqrt{3} - 5) = \sqrt{3} - 4 - \sqrt{3} + 5 = 1$, puisque 1 est positif alors :
 $\sqrt{3} - 4 > \sqrt{3} - 5$

- 2 Comparons : x et y tel que : $x = y - 3$

On a : $x = y - 3$ signifie que $x - y = -3$, puisque -3 est négatif, alors $x < y$.

II. Ordre et opérations

1. Ordre et addition

Propriété 1

Soient a , b et c trois nombres réels.

- Si $a \leq b$, alors $a + c \leq b + c$.
- Si $a + c \leq b + c$, alors $a \leq b$.

Exemple

- Soit x un nombre réel tel que $x < 3$. Comparons : $x - 5$ et -2

On a : $x < 3$, alors $x - 5 < 3 - 5$, donc $x - 5 < -2$.

Propriété 2

Soient a , b , c et d quatre nombres réels.

- Si $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$, alors $a + c \leq b + d$.



CENTRE EL MOUMEN

Exemple

- Soient x et y deux nombres réels tels que : $x < 3$ et $2 > y$. Montrer que : $x + y < 5$.

On a : $\begin{cases} x < 3 \\ y < 2 \end{cases}$, alors $x + y < 3 + 2$, donc $x + y < 5$.

2. Ordre et multiplication



CENTRE EL MOUMEN

Propriété 1

Soient a , b et c trois nombres réels.

- Si $a \leq b$ et $c > 0$, alors $a \times c \leq b \times c$.
- Si $a \leq b$ et $c < 0$, alors $a \times c \geq b \times c$.

Exemple

- Soit x un nombre réel tel que $x < 3$. Comparons : $-4x$ et -12

On a : $x < 3$ et $-4 < 0$, alors $-4 \times x > -4 \times 3$, donc $-4x > -12$.

Remarque

Soient a et b deux nombres réels.

- Si $a \leq b$, alors $-a \geq -b$.

Propriété 2

Soient a , b , c et d quatre nombres réels **positifs**.

- Si $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$, alors $a \times c \leq b \times d$.

Exemple

- Soient x et y deux nombres réels positifs tels que : $x < \sqrt{3}$ et $y < 2\sqrt{6}$.

Montrer que : $xy < 6\sqrt{2}$.

On a : $\begin{cases} 0 < x < \sqrt{3} \\ 0 < y < 2\sqrt{6} \end{cases}$, alors $x \times y < \sqrt{3} \times 2\sqrt{6}$, donc $xy < 2\sqrt{18}$

Puisque $2\sqrt{9 \times 2} = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$, alors $xy < 6\sqrt{2}$

3. Ordre et inverse

Prof : El Moumen Abdelwahed

Propriété

Soient a et b deux nombres réels **strictement positifs** (ou **strictement négatifs**).

- Si $a \leq b$, alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.

Exemple

• On a : $2 < 10$ alors $\frac{1}{2} > \frac{1}{10}$

• On a : $-\frac{5}{3} > -\frac{11}{2}$ alors $-\frac{3}{5} < -\frac{2}{11}$

4. Ordre et carré

Propriété 1

Soient a et b deux nombres réels **positifs**.

• Si $a \leq b$, alors $a^2 \leq b^2$.

• Si $a^2 \leq b^2$, alors $a \leq b$.

Propriété 2

Soient a et b deux nombres réels **négatifs**.

• Si $a \leq b$, alors $a^2 \geq b^2$.

• Si $a^2 \leq b^2$, alors $a \geq b$.

Exemple

• Comparons $3\sqrt{7}$ et $\sqrt{62}$. On a : $(3\sqrt{7})^2 = 9 \times 7 = 63$ et $\sqrt{62}^2 = 62$.

Puisque $63 > 62$, alors $(3\sqrt{7})^2 > \sqrt{62}^2$, donc $3\sqrt{7} > \sqrt{62}$

5. Ordre et racine carrée

Propriété

Soient a et b deux nombres réels **positifs**.

• Si $a \leq b$, alors $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.

• Si $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$, alors $a \leq b$.

Exemple

• Comparons $\sqrt{13}$ et $\sqrt{11}$. Puisque $13 > 12$, alors $\sqrt{13} > \sqrt{11}$.

III. Encadrement

1. Encadrement et addition

Propriété

Soient a, b, c, d, x et y des nombres réels.

• Si $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$, alors $a + c \leq x + y \leq b + d$.



Exemple

x et y deux nombres réels tels que : $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$. Encadrer $x + y$.

On a : $\begin{cases} 3 \leq x \leq 8 \\ -4 \leq y \leq 2 \end{cases}$, alors $3 + (-4) \leq x + y \leq 8 + 2$, donc $-1 \leq x + y \leq 10$

2. Encadrement et opposé



CENTRE EL MOUMEN

Propriété

Soient a , b et x trois nombres réels.

- Si $a \leq x \leq b$, alors $-a \geq -x \geq -b$.

Exemple

x et y deux nombres réels tels que : $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$. Encadrer $-x$ et $-y$.

On a : $-3 \geq -x \geq -8$, et $4 \geq -y \geq -2$

3. Encadrement et soustraction

Propriété

Soient a , b , c , d , x et y des nombres réels.

- Si $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$, alors $a - d \leq x - y \leq b - c$.

Exemple

x et y deux nombres réels tels que : $3 \leq x \leq 8$ et $-4 \leq y \leq 2$. Encadrer $x - y$.

On a : $\begin{cases} 3 \leq x \leq 8 \\ -4 \leq y \leq 2 \end{cases}$, alors $\begin{cases} 3 \leq x \leq 8 \\ -2 \leq -y \leq 4 \end{cases}$, donc $3 + (-2) \leq x + (-y) \leq 8 + 4$.

D'où $1 \leq x - y \leq 12$

4. Encadrement et multiplication

Prof : El Moumen Abdelwahed

Propriété

Soient a , b , c , d , x et y des nombres réels positifs.

- Si $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$, alors $ac \leq xy \leq bd$.

Exemple

x et y deux nombres réels tels que : $2 \leq x \leq 7$ et $1 \leq y \leq 5$. Encadrer xy .

On a : $\begin{cases} 2 \leq x \leq 7 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{cases}$, alors $2 \times 1 \leq x \times y \leq 7 \times 5$, donc $2 \leq xy \leq 35$.

5. Encadrement et inverse

CENTRE EL MOUMEN

Propriété

Soient a , b et x trois nombres réels strictement positifs.

- Si $a \leq x \leq b$, alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{x} \geq \frac{1}{b}$.

Exemple

x un nombre réel tel que : $2 \leq x \leq 7$. Encadrer $\frac{1}{x}$.

On a : $2 \leq x \leq 7$, alors $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{x} \geq \frac{1}{7}$.

6. Encadrement et carré, encadrement et racine carrée

Propriété

Soient a , b et x trois nombres réels positifs.

- Si $a \leq x \leq b$, alors $a^2 \leq x^2 \leq b^2$ et $\sqrt{a} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{b}$.

Exemple

x et y deux nombres réels tels que : $16 \leq x \leq 25$ et $-3 \leq y \leq -2$. Encadrer $\sqrt{x}$ et y^2 .

On a : $16 \leq x \leq 25$, alors $\sqrt{16} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{25}$, donc $4 \leq \sqrt{x} \leq 5$

On a : $-3 \leq y \leq -2$, alors $3 \geq -y \geq 2$, donc $3^2 \geq (-y)^2 \geq 2^2$, donc $9 \geq y^2 \geq 4$.

CAM

Prof : El Moumen Abdelwahed