Niveau : Deuxième bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 1

SUITE NUMERIQUE

Plan de chapitre 4 : SUITE NUMERIQUE

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

Exercice 01

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2-5n+1$; b) $\lim\limits_{n\to+\infty} n-3\sqrt{n}$; c) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5n^2+4}{4n^2+3n}$

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} 1+\left(-\frac{1}{2}\right)^n$; e) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5+6\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}$; f) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n-3^n$

Exercice 02

Soit la suite (u_n) tel que $u_{n+1}=2u_n+3$ et $u_0=0$ avec $n\in IN$

1) Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $u_n\geq n$

2) Déduire la limite de (u_n)

Exercice 03

Soit la suite (u_n) définie par $(\forall n\in\mathbb{N})$: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$ et $u_0=2$.

1) Montrer que ; $(\forall n\in\mathbb{N})$ $u_n\leq 3$

2) Etudier la monotonie de (u_n) et déduire qu'elle convergente

3) En déduire que ; $(\forall n\in\mathbb{N})$: $u_n\geq 2$

4) Pour tout n dans N on pose : $v_n=u_n-3$

a) Monter que (v_n) est une suite géométrique

b) Exprimer v_n en fonction de n

c) Calculer u_n en fonction de n puis préciser la limite de (u_n)

5) *Pour tout n dans IN on pose* : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_{n-1}+v_n$

Calculer S_n en fonction de n puis préciser la limite de (S_n)

6) *Pour tout n dans IN on pose* : $T_n=u_0+u_1+\cdots+u_{n-1}+u_n$

Calculer T_n en fonction de n puis préciser la limite de (T_n)

Exercice 04

Soit (U_n) une suite tel que : $\forall n\in IN$: $U_{n+1}=\frac{3U_n}{21+U_n}$ *et* $U_0=1$

1) Montrer que ; $\forall n\in\mathbb{N}$; $U_n>0$

2) Montrer que ; $\forall n\in\mathbb{N}$; $U_{n+1}\leq\frac{1}{7}U_n$

3) En déduire la monotonie de (U_n)

4) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$; $0<U_n\leq\left(\frac{1}{7}\right)^n$ et calculer la limite de (U_n)

5) On pose : $\forall n\in\mathbb{N}$: $V_n=\sqrt{9-2U_n}$, calculer la limite de (V_n)

Exercice 05

(u_n) *une suite tel que* : $(\forall n\in IN)$, $u_{n+1}=1-\frac{9}{u_n+5}$ *et* $u_0=1$

1) Montrer que ; $(\forall n\in IN)$: $u_n>-2$

2) Etudier la monotonie de (u_n) et déduire qu'elle convergente

3) Pour tout n dans IN on pose : $v_n=\frac{1}{u_n+2}$

a) Monter que (v_n) est une suite arithmétique

b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n et déterminer $\lim u_n$

Exercice 06

(u_n) la suite définie par: $u_0=3$ *et* $(\forall n\in\mathbb{N})$: $u_{n+1}=\frac{8(u_n-1)}{u_n+2}$

1) Montrer par récurrence que: $(\forall n\in\mathbb{N})$; $2<u_n<4$.

2) Etudier la monotonie de (u_n) et déduire qu'elle convergente

3) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on pose: $v_n=\frac{U_n-4}{U_n-2}$

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique

b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n et déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) a) Montrer que:$(\forall n\in\mathbb{N})$; $4-u_{n+1}\leq\frac{4}{5}(4-u_n)$

b) En déduire que:$(\forall n\in\mathbb{N})$; $4-u_n\leq\left(\frac{4}{5}\right)^n$

c) Déduite une autre fois $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 07

f une fonction définie sur IR^+ par : $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

1)a) Montrer que: $(\forall x\in\mathbb{R}^+)$: $f(x)\leq x$.

b) Montrer que f est strictement croissante sur IR^+

2) Soit la suite (u_n) définie par : $u_0={}^1/_2$ et $u_{n+1}=f(u_n)$

a) Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $0<u_n<1$.

b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

c) Déduire que (u_n) est convergente puis déterminer sa limite

Exercice 08

(u_n) la suite tel que ; $(\forall n\in\mathbb{N})$; $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3}$ et $u_0=1$.

1) Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $1\leq u_n\leq 3$

2) Montrer que (u_n) est croissante

3) Déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite