

Niveau : 3ème Année
Collège

Résumé Geometrie Dans L'espace

Plan de chapitre 16 : Geometrie Dans L'espace

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

3ème AC
Prof El Moumen
المومن جا عندك
حتى الدار

Collection CAM – Compte Personnel

   **Prof El Moumen**  06 66 73 83 49  **Abdelwahed El Moumen**

Collection CAM – Compte Professionnel

   **Centre El Moumen**

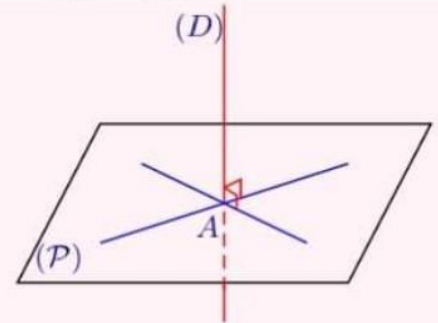
<https://www.elmoumen.academy>

I. Orthogonalité dans l'espace

Définition

Une droite (D) est perpendiculaire à un plan (P) en A , si elle est perpendiculaire à deux droites dans ce plan sécantes en A .

On écrit : $(D) \perp (P)$



Exemple

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

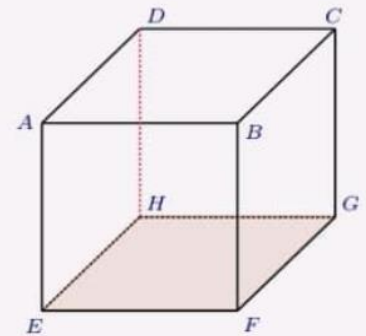
Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan $(EFGH)$.

Réponse : On a $ABFE$ et $ADHF$ sont deux carrés, alors :

- (AE) est perpendiculaire à (EF) en E
- (AE) est perpendiculaire à (EH) en E
- (EF) et (EH) dans le plan $(EFGH)$, sécantes en E .

Alors la droite (AE) est perpendiculaire au plan $(EFGH)$ en E .

On écrit : $(AE) \perp (EFGH)$



Exemple

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

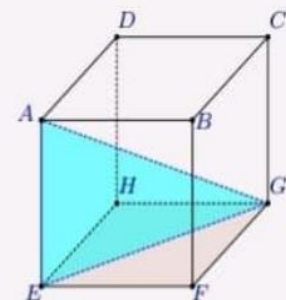
Montrer que le triangle AEG est rectangle en E .

Réponse : d'après l'exemple précédente, on sait que :

- (AE) est perpendiculaire au plan $(EFGH)$ en E
- (EG) est incluse dans $(EFGH)$.
- (EG) passant par E .

Alors : $(AE) \perp (EG)$

D'où : le triangle AEG est rectangle en E

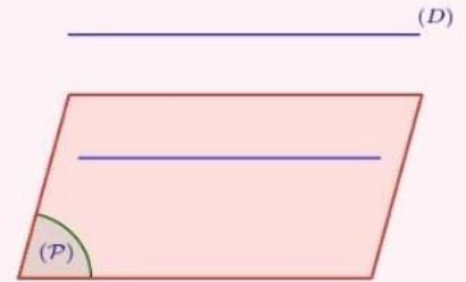


II. Parallélisme dans l'espace

Définition

Une droite (D) est parallèle à un plan (P) , si elle est parallèle à une droite dans ce plan.

On écrit : $(D) \parallel (P)$



Exemple

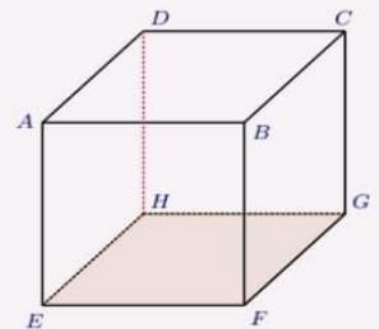
Soit $ABCDEFGH$ un cube.

Montrer que la droite (AB) est parallèle au plan $(EFGH)$.

Réponse : On a $ABFE$ est un carré, alors :

- $(AB) \parallel (EF)$.
- (EF) est incluse dans le plan $(EFGH)$.

Alors : $(AB) \parallel (EFGH)$



III. Théorème de Pythagore dans l'espace

Exemple

Soit $SABCD$ une pyramide de base carré $ABCD$ et de hauteur (SA) , tels que : $AB = 4cm$ et $SA = 6cm$

1 Calculer AC .

2 Calculer SC .

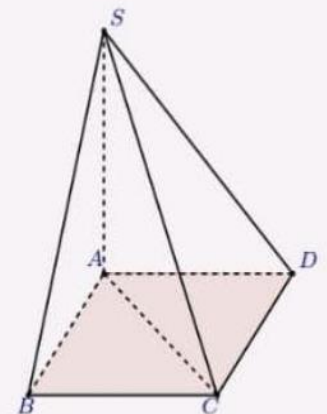
Réponse :

1 On sait que la base $ABCD$ est un carré, alors ABC est un triangle rectangle en B .

Le théorème de Pythagore donne :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 4^2 + 4^2 \\ &= 16 + 16 \\ &= 32 \end{aligned}$$

Puisque $AC > 0$, alors : $AC = \sqrt{32}$, d'où $AC = 4\sqrt{2}cm$



2 Puisque (SA) est la hauteur de pyramide $SABCCD$, alors $(SA) \perp (ABCD)$.

Puisque (AC) est incluse dans le plan $(ABCD)$, alors $(SA) \perp (AC)$

D'où le triangle SAC est rectangle en A

Le théorème de Pythagore donne :

$$\begin{aligned} SC^2 &= AS^2 + AC^2 \\ &= 6^2 + \sqrt{32}^2 \\ &= 36 + 32 \\ &= 68 \end{aligned}$$

Puisque $SC > 0$, alors : $SC = \sqrt{68}$, d'où $SC = 2\sqrt{17}cm$

IV. Agrandissement - Réduction

Définition

En multipliant toutes les arêtes d'un solide par un même nombre positif non nul k , on obtiendra un agrandissement ou une réduction de ce solide. k est appelé coefficient ou rapport d'agrandissement ou de réduction.

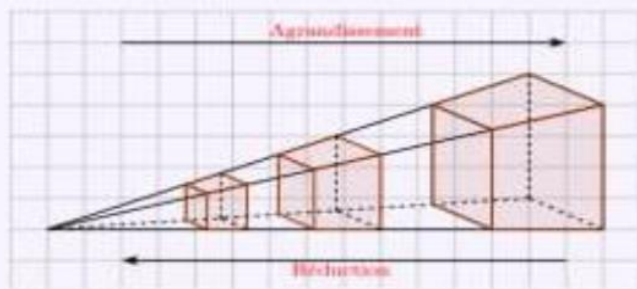
Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction d'un solide de rapport k :

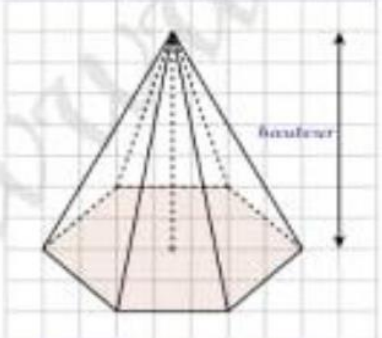
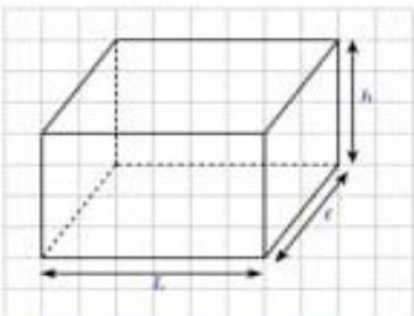
- Les longueurs sont multipliées par k .
- Les aires sont multipliées par k^2 .
- Les volumes sont multipliés par k^3 .

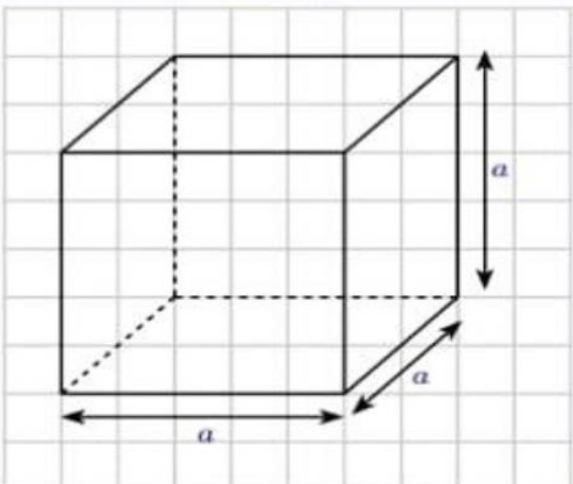
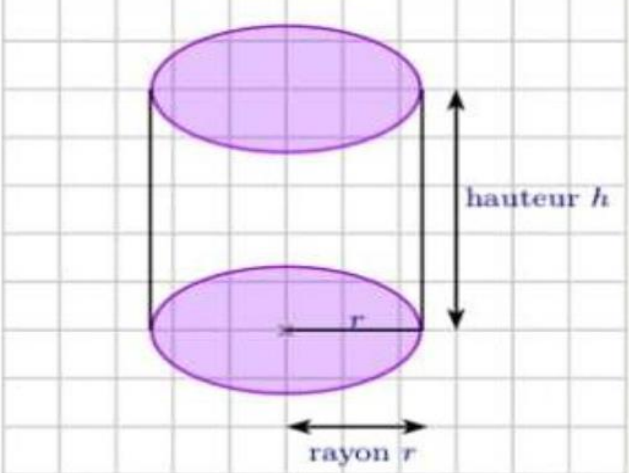
Remarques

- Si k est le rapport d'agrandissement, alors $\frac{1}{k}$ est le rapport de réduction.
- Si $k > 1$, alors on a un agrandissement.
- Si $0 < k < 1$, alors on a une réduction.



V. Les Volumes

Pyramide	Parallélépipède
	
Volume = $\frac{1}{3} \times (\text{aire de base}) \times \text{hauteur}$	Volume = $L \times l \times h$
Aire total = aires latérales + aire de la base	Aire total = $2(L \times l + L \times h + l \times h)$

Cube	Cylindre
	
Volume = a^3	Volume = $\pi \times r^2 \times h$
Aire total = $6a^2$	Aire total = $2\pi \times r \times h$

