

Niveau : Deuxième Bac
sciences PC /SVT /ECO



Série 1

NOMBRES COMPLEXES : Partie 2

Plan de chapitre 7 : NOMBRES COMPLEXES Partie 2

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

   Prof El Moumen

 06 66 73 83 49

 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

   Centre El Moumen

 06 66 73 83 49

<https://www.elmoumen.academy>

Exercice 01

- 1) Déterminer la forme exponentielle de $z = 1 + i\sqrt{3}$.
- 2) En déduire la forme exponentielle des nombres suivants :
 - a) iz ; b) $i\bar{z}$; c) $-\frac{2i}{z}$ d) $(1 + i\sqrt{3})^{12}$
- 3) Écrire les nombres complexes suivants sous la forme algébrique :
 - a) $z = e^{i\frac{\pi}{6}}$ b) $z = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$

Exercice 02

Dans le plan considère les deux points A et B d'affixes :

$a = 1 - i$ et $b = 2 + 2i$ et la translation t de vecteur \overrightarrow{OA}

- 1) Déterminer c l'affixe de point C l'image du point B par t
- 2) Déduire la nature du quadrilatère OACB
- 3) Déterminer d l'affixe de D tel que $t(D) = D'$ et $D'(2 - 3i)$

Exercice 03

On considère l'homothétie h de centre $\Omega(-3i)$ et de rapport $k=2$

- 1) Déterminer b l'affixe de B l'image de point A($1 + i$) par h
- 2) Déduire que A est le milieu du $[\Omega B]$

Exercice 04

A) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : (E) : $z^2 + z + 1 = 0$

B) On considère la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

$M(z)$ un point du plan complexe et $M'(z')$ son image par R .

- 1) Donner l'écriture complexe de la rotation
- 2) Déterminer l'affixe de A' l'image de point A($2-i$) par la rotation
- 3) Déduire la nature de triangle OAA'

Exercice 05

A) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : (E): $2z^2 - 2\sqrt{3}z + 2 = 0$

B) On considère R la rotation de centre Ω d'affixe $\omega = 1 + 2i$ et d'angle $-\frac{\pi}{2}$; et $M'(z')$ est l'image de $M(z)$ par la rotation R.

Et A(a); B(b) deux points tel que : $a = 4 + i$ et $b = 8 + 3i$

- 1) Vérifier que : $z' = -iz - 1 + 3i$
- 2) Vérifier que $c = -i$ est l'affixe de C l'image de A par R
- 3) En déduire la nature du triangle ΩAC
- 4) Montrer que : $b - c = 2(a - c)$
- 5) En déduire que les points A ; B et C sont alignés

Exercice 06

A) On considère dans \mathbb{C} l'équation :

$$(E): z^2 - 2(1 - \sqrt{2})z + 2(2 - \sqrt{2}) = 0$$

- 1) Vérifier que $\Delta = -4$
- 2) En déduire les solutions z_1 et z_2 de (E)
- B) 1) On pose : $u = 1 - \sqrt{2} - i$; calculer $|u|$
- 2) Montrer que $(1 + i)u = -\sqrt{2} \times \bar{u}$
- 3) Déduire que $2\arg(u) \equiv \frac{3\pi}{4} [2\pi]$

C) On considère les points E ; F et G d'affixes respectifs :

$$z_E = 1 + i \text{ et } z_F = 1 - i \text{ et } z_G = -i\sqrt{3}$$

1) Soit N l'image de F par l'homothétie h de centre G et de rapport 2
Montrer que : $z_N = 2 + i(\sqrt{3} - 2)$

2) R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et A l'image du point G et C est l'image de N par R

Montrer que : $z_A = \sqrt{3}$ et $z_C = 2 - \sqrt{3} + 2i$

3) T la translation de vecteur \vec{u} d'affixe $2i$ et B l'image du point N et D est l'image de G par T

Montrer que : $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ et $z_D = (2 - \sqrt{3})i$

4)a) Montrer que E est le milieu de $[AC]$ et $[BD]$

b) Vérifier que $\frac{z_C - z_E}{z_B - z_E} = i$; puis en déduire la nature du triangle BCE

c) Déduire que le quadrilatère ABCD est un carré