

**Niveau : 3ème Année
Collège**

Résumé

Les Racines Carrées

Plan de chapitre 1 : Les Racines Carrées

- Cours détaillé
- **Résumé de cours**
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

3ème AC
Prof El Moumen
المومن جا عندك
حتى الدار

Collection CAM – Compte Personnel

   **Prof El Moumen**  06 66 73 83 49  **Abdelwahed El Moumen**

Collection CAM – Compte Professionnel

   **Centre El Moumen**

<https://www.elmoumen.academy>

I. Racine carrée d'un nombre positif

Définition

Soit a un nombre réel positif.

La racine carrée du nombre a est le nombre dont le carré est a , et se note \sqrt{a} .

On écrit : $\sqrt{a^2} = a$

Autrement dit

a et b deux nombres réels positifs.

Si $a = b^2$ signifie que $b = \sqrt{a}$

Résultat

Pour tout nombre réel positif a , on a : $\sqrt{a^2} = \sqrt{a^2} = a$



Prof : EL MOUMEN

Exemples

- $\sqrt{0} = 0$
- $\sqrt{5^2} = 5$
- $\sqrt{3^2} = 3$
- $\sqrt{1} = 1$
- $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$
- $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{7^2} = 7$
- $\sqrt{\frac{100}{9}} = \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}$
- $\sqrt{2,12} = \sqrt{1,1^2} = 1,1$

II. Opérations sur les racines carrées

1. Racine carrée et produit

Propriété 1

a et b deux nombres réels positifs.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$



CENTRE EL MOUMEN

Résultat

a et b deux nombres réels positifs.

$$\sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

Exemples

- $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$
- $\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$
- $\sqrt{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 6 \times 8} = \sqrt{96} = \sqrt{16 \times 6} = \sqrt{4^2 \times 6} = 4\sqrt{6}$

GAM

Prof : EL MOUMEN

2. Racine carrée et quotient

Propriété 2

a et b deux nombres réels où $b \neq 0$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exemple

- $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$
- $\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{5}{3}$
- $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16 \times 2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

III. Rendre rationnel le dénominateur d'un nombre réel

Propriété 3

a et b deux nombres réels où $b \neq 0$.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

Exemples

Écrire sans utiliser la racine ($\sqrt{\quad}$) au dénominateur.

- $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
- $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{6}}{10}$

Propriété 4

a et b deux nombres réels non nuls.

$$\frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a}^2 - \sqrt{b}^2} = \frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

Exemples

Écrire sans utiliser la racine ($\sqrt{\quad}$) au dénominateur.

- $\frac{2}{1 - \sqrt{5}} = \frac{2(1 + \sqrt{5})}{(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})} = \frac{2(1 + \sqrt{5})}{1^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{2(1 + \sqrt{5})}{1 - 5} = \frac{2(1 + \sqrt{5})}{-4}$
- Les nombres $1 + \sqrt{5}$ et $1 - \sqrt{5}$ sont dits conjugués.

IV. L'équation $x^2 = a$


CENTRE EL MOUMEN

Propriété 5

Soit a un nombre réel donnée.

- Si $a = 0$, alors l'équation $x^2 = a$ a une seule solution : 0
- Si $a > 0$, alors l'équation $x^2 = a$ a deux solutions : \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$
- Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Exemples

- L'équation $x^2 = 3$, a deux solutions : $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$
- L'équation $x^2 = 16$, a deux solutions : 4 et -4
- L'équation $x^2 = 0$, a une seule solution : 0.
- L'équation $x^2 = -25$, n'a pas de solution car $-25 < 0$.