Niveau : Deuxième bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 2

Continuité d'une fonction

Plan de chapitre 1 : Continuité d'une fonction

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

Prof El Moumen | CENTRE EL MOUMEN | Série d'exercices 2 : Limite et Continuité | 2 Bac SX

Exercice 01

f une fonction définit sur $I = [1; +\infty[$ par : $f(x) = x^2 - 2x + 3$

1) Montrons que f admet une fonction réciproque f^{-1} définit sur J que l'on déterminera

2) Déterminer la fonction f^{-1} pour tout x dans J

Exercice 02

Soit f la fonction définit sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = x - \sqrt{x}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis étudier le sens des variations de f

2) Soit g la restriction de f sur $I = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définit sur J que l'on déterminera

b) Déterminer la fonction g^{-1} la fonction *réciproque de g*

c) Résoudre dans $I = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$, l'équation (E) : $g(x) = 6$

Exercice 03

Soit h une fonction définie sur $]-1;\ 1[$ par : $h(x) = \frac{2x}{1-x^2}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-1^+} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-} h(x)$ puis étudier les variations de h

2) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} sur J (à déte…

3) Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

Exercice 04

1) a) Comparer $\sqrt[5]{3}$ et $\sqrt[3]{4}$

b) Mettre les nombres en ordre croissant : $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[4]{4}$ et $\sqrt[6]{6}$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes (E_1) : $(x-3)^4 - 16 = 0$

(E_2) : $\sqrt[3]{x+2} - 4\sqrt[6]{x+2} + 3 = 0$; (E_3) : $\sqrt[3]{1-2x} = \sqrt{x+1}$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations (I): $(x-3)^3 < 7$; $2 - \sqrt[3]{x+1} < 0$

Exercice 05

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to9} \frac{\sqrt[3]{x-1}-2}{x-9}$; 2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2+3}}$; 3) $\lim\limits_{x\to1} \frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{x-1}$; 4) $\lim\limits_{x\to2^+} \frac{\sqrt[3]{x-1}-2}{x-2}$

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+x}-8x}{x}$; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt[5]{x}+1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[5]{x}+1}$; 7) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x^3+x^2} - x$

Exercice 06

Montrer que : $\frac{\sqrt[3]{10^5} \times \sqrt[3]{6^2}}{\sqrt[3]{15^2} \times \sqrt[3]{2^4}} = 1$; *et que* $\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt[4]{4}}}{2\sqrt[3]{8^{\frac{1}{2}}} \times \sqrt[3]{\sqrt[4]{32}}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$

Exercice 07

Soit f une fonction définit par : $f(x) = 2 - \sqrt[3]{x^2-1}$

1) Déterminer D_f puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) Soit g la restriction de la fonction f sur $I = [1; +\infty[$

a) Etudier le sens de variations de g sur I

b) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} sur J que l'on déterminera

c) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tous $x \in J$

3) a) Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet une unique solution α tel que : $1 < \alpha < 2$

b) En utilisant la méthode de dichotomie trouver un encadrement de α d'amplitude 0.5

Exercice 08

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - x^2 + 3x + 1$

1) a) Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

b) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f^{-1}(x) = 0$

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ puis vérifier que $\frac{-1}{2} < \alpha < 0$

b) Calculer $f\left(\frac{-1}{4}\right)$ puis en déduire un encadrement de α d'amplitude 0,25

c) Montrer que $\sqrt{\alpha+1} = \frac{-2\alpha}{\alpha+1}$

d) En déduire que $\alpha < -\frac{1}{4\sqrt{2}}$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^9 - x^6 + 3x^3 + 1 = 0$

Prof : El Moumen Abdelwahed