Niveau : Deuxième bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 1

Continuité d'une fonction

Plan de chapitre 1 : Continuité d'une fonction

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen   06 66 73 83 49   Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen   06 66 73 83 49   https://www.elmoumen.academy

Exercice 01

Etudier la continuité des fonctions suivantes en x_0 :

1) $\begin{cases} f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}; & x \neq 4 \\ f(4) = 4 \end{cases}$ *en* $x_0 = 4$; 2) $\begin{cases} f(x) = \frac{2x+4}{6-3x}\ ; x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x^3-6x^2+11x-6}{x-1}\ ; x > 1 \end{cases}$ *, en* 1

3) $\begin{cases} f(x) = \frac{\sin(\sqrt{3}\,x)}{12\,x}\ ;\ x > 0 \\ f(x) = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2+\cos x}}{x^2}\ ; x < 0 \\ f(0) = \frac{\sqrt{3}}{12} \end{cases}$; *en* $x_0 = 0$; 4) $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}\ ;\ x \neq 1 \\ f(1) = 2 \end{cases}$ *en* 1

Exercice 02

1) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$: $\begin{cases} f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x-3}; & x \neq 3 \\ f(3) = a \end{cases}$

Déterminer la valeur du réel a pour que f soit continue en 3

2) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x^2+x-a}{x-1}\ , & x \neq 1 \\ f(1) = b \end{cases}$

Déterminer les réels a et b pour que f soit continue en 1

Exercice 03

Etudier la continuité de la fonction f sur I dans les cas suivants :

1) $f(x) = x^3 + \sqrt{2}\,x^2 + x - 3$, $I = \mathbb{R}$; 2) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$, $I = \mathbb{R}$

3) $f(x) = 2\sqrt{x} + x^3 + 3$; $I = [0, +\infty[$; 4) $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 3}$; $I = \mathbb{R}$

Exercice 04

CENTRE EL MOUMEN

f une fonction Définie sur $[-2; +\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{3x^2-4x-4}{x^2-x-2}\ ; x > 2 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{\sqrt{x+2}-2}; -2 \leq x < 2 \\ f(2) = \frac{8}{3} \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 2.

2) Montrer que f est continue sur l'intervalle $[-2; +\infty[$

Exercice 05

Soient f une fonction définie par $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$

1) Déterminer D_f et calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

2) Déterminer $f(]-\infty, 2[)$, $(]2, +\infty[)$ et $f([3, 4])$

Exercice 06

1) Montrer que l'équation $x^{2025} + \sqrt{x} - 1 = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]0; 1[$

2) Montrer que l'équation $\sin(x) + x + \frac{1}{2} = 0$, admet une solution unique α dans l'intervalle $[\frac{-\pi}{6}, 0]$

3) Montrons que l'équation $x^5 + x^3 + x = 1$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ puis vérifier que $0 < \alpha < 1$

4) Montrer que l'équation $x^3 - \frac{1}{x} - 7 = 0$, admet une solution unique α dans l'intervalle $]0, +\infty[$ puis vérifier que $\alpha \in [\frac{3}{2}, 2]$

Exercice 07

f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5$.

1) Etudier le sens des variations de f sur $\mathbb{R}$

2) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans $\mathbb{R}$ puis vérifier que $\alpha \in]2; 4[$.

3) Par la méthode de dichotomie, donner un encadrement de α d'amplitude 0, 5

4) Etudier le singe de $f(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

CENTRE EL MOUMEN

Exercice 08

f une fonction définit par le tableau de variations, ci-contre Déterminer le nombre de solution des équations suivantes Puis encadrer ces solutions.

x	-4		-3		-1		1
f	-1	↗	3	↘	-1	↗	19

1) $f(x) = 18$; 2) $f(x) = 0$

3) $f(x) = -3$; 4) $f(x) = 3$