Niveau : Deuxième Bac
sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 2

Fonction logarithme népérien

Plan de chapitre 5 : Fonction logarithme népérien

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

Exercice 09

A) Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=1+x+lnx$

1) Calculer $\lim_{x\to0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2)a) Montrer que g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans $]0;+\infty[$ et que $\frac{1}{5}<\alpha<\frac{1}{2}$. (*On donne* $g\left(\frac{1}{5}\right)\cong -0,4$)

3) Déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x\in]0;+\infty[$

B) Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=\frac{4\,x\,lnx}{1+x}; x>0 \\ f(0)=0\end{cases}$

Et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.(unité 2cm)

1)a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et que $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$, puis interpréter graphiquement le résultat.

2)a) Montrer que $\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=+\infty$, puis interpréter le résultat géomé

b) Montrer que pour tout $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{4g(x)}{(x+1)^2}$

c) Déduire que f est strictement croissante sur l'intervalle $[\alpha;+\infty[$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[0;\alpha]$

d) Montrer que $f(\alpha)=-4\alpha$ et dresser le tableau de variations de f

3)a) Montrer que pour tout $x\in]0;+\infty[$: $f''(x)=\frac{4(1-x^2-2xlnx)}{x(x+1)^3}$

b) Etudier le signe de $1-x^2$ et $-2xlnx$ sur $]0;+\infty[$ et en déduire que le point d'abscisse 1 est l'unique point d'inflexion de (C_f).

c) Donner l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse1

4) Tracer (T) et (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.(on donne $\alpha\approx 0.25$)

C) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $[\alpha;+\infty[$.

1) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie J

2) Montrer que h^{-1} est dérivable en 0 puis Calculer $(h^{-1})'(0)$.

Exercice 10

A) Soit g une fonction définit sur $]0;+\infty[$ par

$$g(x)=ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$$

1) Déterminer $\lim_{x\to0^+} g(x)$ *et* Calculer $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2) Montrer que $g'(x)=\frac{-1}{x(x+1)^2}$ sur $]0;+\infty[$;

3) Dresser son tableau de variation sur $]0;+\infty[$;

4) *Montrer que* : $\forall x\in\ [0;+\infty[;\quad g(x)>0$

B) Soit f une fonction définit *sur* $[0;+\infty[$ par :

$$f(x)=x\,ln\left(1+\frac{1}{x}\right);\ si>0 \quad et \quad f(0)=0$$

1) Montrer que f est continue à droite de 0

2) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$, puis interpréter le résultat géométriquement

3) Etudier la dérivabilité de f en 0 à droite puis interpréter le résultat géométriquement

4)a) Montrer que f est dérivable sur $\in]0,+\infty[$ et que $\forall x\in]0,+\infty[\ : f'(x)=g(x)$

c) Dresser le tableau de variation de f sur $]0;+\infty[$

5) Etudier la convexité de la courbe (Cf)

6) Tracer (Cf) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité 2 cm)

Prof : El Moumen Abdelwahed

C) Soit (U_n) tel que : $U_0=\frac{1}{e}$ et $U_{n+1}=f(U_n)$

1) Montrer que : $\forall n\in IN\quad 0\le U_n\le\frac{1}{e-1}$

2) Montrer que la suite (U_n) est croissante

3) Déduire que (U_n) est convergente et calculer la limite de (U_n)