Niveau : Deuxième Bac sciences PC /SVT /STE

CENTRE EL MOUMEN

Série 1

Fonction Exponentielle

Plan de chapitre 8 : Fonction Exponentielle

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série d'exercices
- Correction détaillée des exercices

Collection CAM – Compte Personnel

Prof El Moumen 06 66 73 83 49 Prof El Moumen

Collection CAM – Compte Professionnel

Centre El Moumen 06 66 73 83 49 https://www.elmoumen.academy

Prof : A .El Moumen	CENTRE EL MOUMEN	Série 1: Fonction Exponentielle	2 BAC BIOF

Exercice 01

1) Résoudre dans IR les équations suivantes :

(E_1): $e^{x+2} = 3$; (E_2): $e^{x^3-x} = 1$

(E_3): $e^{2x} + e^{x} - 2 = 0$; (E_4): $e^{x^2-3} - e^{-2x} = 0$

2) Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

(I_1): $e^{3x-5} > e$; (I_2): $e^{x^2-2x} < 1$

(I_3): $e^{2x} - 3e^{x} + 2 < 0$; (I_4): $e^{x^2-x}\, e^{-2x} > \frac{1}{e^2}$

Exercice 02

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x - x - 1$; **2)** $\lim\limits_{x\to-\infty} (x^2 - 3x + 2)e^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$; **6)** $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{2x}-e^{3x}}{x}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x-1}{e^x+1}$; **8)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x-x}{e^x-1}$; **9)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

Exercice 03

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)e^x$.

1) Etudier les braches infinies de la courbe de la fonction f

2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

3) Déterminer une équation de la tangente à la courbe en 0

4) Tracer la courbe représentative de la fonction f

Exercice 04

g une fonction définit sur $I = [0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - e^{-\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}x$

1) Montrer que g est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$

2) Montrer que : $(\forall x \in]0 ; +\infty[ )$: $\frac{1-e^{-\frac{1}{2}x}-x}{x^2} < -\frac{1}{2x}$

et déduire $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1-e^{-\frac{1}{2}x}-x}{x^2}$

Prof : El Moumen

Exercice 05

A) Soit g une fonction définit sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x\ln x - x + 1$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

Prof : El Moumen

2) Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[$; $g'(x) = \ln(x)$

3) Dresser le tableau de variations de g sur $]0; +\infty[$

4) Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[$; $g(x) \geq 0$

B) f une fonction définit sur $I =]0; +\infty[$ par : $f(x) = (\ln x - 1)\, e^{x-1}$

1) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement

2) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$

3)a) Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{x} e^{x-1}$

b) Dresser le tableau de variation de f en justifiant votre réponse

c) Déterminer l'équation de la tangente (T) de (C_f) au point 1

4) Soit h une fonction définit sur I par : $h(x) = 2x + x^2\ln x - x^2 - 1$

x	0	$+\infty$
$h(x)$	-1 ↗	$+\infty$

a) Calculer h(1) puis déterminer le signe de h sur $I =]0; +\infty[$

b) Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[; : f''(x) = \frac{h(x)}{x^2} e^{x-1}$

c) Etudier la convexité de (C_f) puis justifier que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion unique au point d'abscisse 1

5) Résoudre dans I l'équation $f(x) = 0$ puis interpréter le résultat géométriquement

6) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} sur un intervalle J à déterminer

7) Tracer et (C_f) et (Cf^{-1}) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$